



## LOGICISMO, FORMALISMO E CONSTRUTIVISMO

\* Carlos Jeremias Klein

### RESUMO:

Este trabalho enfoca as três principais correntes da Filosofia da Matemática surgidas nos séculos XIX e XX: a **logicista**, pretendendo reduzir a Matemática à Lógica; a **formalista**, segundo a qual os teoremas são deduzidos dos axiomas segundo leis lógicas, embora os axiomas não sejam, necessariamente, princípios lógicos; e a **construtivista**, na qual não vale, por exemplo, o 'princípio do terceiro excluído' da lógica clássica.

### ABSTRACT

This study focuses on the three principal trends of Mathematical Philosophy in the XIX and XX centuries: the logicist, which aims at the reduction of mathematics to logic; the formalist, according to which the theorems are deduced from the axioms according to logic laws, although the axioms are not, necessarily, logic principles; and the constructivist, in which, for example, "the principle of the third excluded", of the classic logic, is not valid.

**Unitermos:** logicismo, formalismo, construtivismo.

**Keywords:** logicism, formalism, constructivism.

### INTRODUÇÃO

O desenvolvimento, não apenas das ciências naturais e humanas, mas também das ciências formais, nos séculos XIX e XX, levou um grupo de lógicos e matemáticos à "pesquisa sobre os fundamentos"<sup>1</sup> da Matemática.

Na primeira metade do século XIX, com Carl F. Gauss, Janos Bolyai, N. Lobatchevski e Bernhard Riemann, surgem as *geometrias não-euclidianas*. Na segunda metade aparecem as contribuições de Gottlob Frege e Bertrand Russell na definição de "número", de Giuseppe Peano na construção do conjunto dos números naturais a partir de cinco axiomas, bem como a reformulação axiomática da geometria euclidiana por David Hilbert.

A pesquisa sobre os fundamentos fez surgir, na Filosofia da Matemática, três correntes principais: o logicismo ou platonismo, o formalismo e o construtivismo ou intuicionismo.

---

\* Docente do Departamento de Ciências Exatas - CESULON, Mestre em Matemática e Especialista em Filosofia.

<sup>1</sup> Ver REALE, G.; ANTISERI, D. **História da Filosofia**, vol. III. São Paulo, Edições Paulinas, 1991, p. 965.

## 1. *Logicismo ou Platonismo*

Alguns nomes célebres ligados a essa corrente são Gottlob Frege (1848-1925), Bertrand Russell (1872-1970) e Alfred North Whitehead (1861-1947). Os dois últimos publicaram, entre 1910 e 1913, em três alentados volumes, a célebre obra *Principia Mathematica*.

Os logicistas consideram a Matemática parte da Lógica. Assim, segundo Russell "toda Matemática pura trata exclusivamente de conceitos definíveis em termos de um número muito reduzido de conceitos lógicos fundamentais e, todas as suas proposições, são redutíveis a um número muito pequeno de princípios lógicos"<sup>2</sup>. A proposta dos logicistas se consolidaria se se mostrasse que 'todas as afirmações da Matemática fossem proposições lógicas'.

Alguns problemas, contudo, surgem. O chamado "princípio do terceiro excluído", da lógica clássica, tem o seguinte enunciado: Uma proposição é verdadeira ou é falsa, excluindo-se qualquer outro valor lógico. Afirmações do tipo "os indivíduos pertencentes à classe X têm o predicado Y" não criam maiores complicações. Tal não é o caso, porém, de proposições da forma "Os predicados X têm o predicado Y". Um exemplo clássico é o chamado *Paradoxo de Russell*: Seja A o conjunto de todos os conjuntos tais que o próprio A não figura entre seus elementos. Pede-se, agora: A pertence a A? Tanto a resposta afirmativa quanto a negativa levam a paradoxos.<sup>3</sup> Eis uma versão popular deste paradoxo, do próprio autor: "definamos um barbeiro de aldeia como aquele que faz a barba de todos aqueles que não se barbeiam sozinhos"<sup>4</sup> Qualquer resposta à pergunta: "Quem barbeia o barbeiro?" é contraditória.

Bertrand Russell propôs uma saída para evitar problemas como o de seu paradoxo mencionado, a saber, a *Teoria dos Tipos*: há uma hierarquia de entes na teoria dos conjuntos, a *pertinência*, que relaciona entes do tipo n com entes do tipo n + 1. A eliminação do paradoxo, contudo, fez-se à custa de novo axioma, restritivo, que parece deixar inacabada a proposta de logicização da Matemática.

A posição filosófica dos logicistas pode ser denominada 'platonista', ou seja, postula a existência real dos 'entes' matemáticos: "A Aritmética precisa ser descoberta exatamente no mesmo sentido em que Colombo descobriu as Índias Ocidentais, e não criamos números, assim como ele não criou os índios...Tudo o que puder ser imaginado existe, e o ser é anterior e não o resultado do fato de ter sido pensado".<sup>5</sup>

## 2. *O formalismo de Hilbert*

David Hilbert (1862-1943) é o expoente da escola formalista. Os formalistas não propõem reduzir a Matemática à Lógica. Os teoremas são demonstrados a partir dos

---

<sup>2</sup> Apud KÖRNER, S. **Introduction a la Filosofia a la Matemática**. Mexico, Siglo Veinteuno, 1974, p. 42.

<sup>3</sup> Esse paradoxo lógico lembra o antigo "paradoxo do mentiroso": "Epimênides, o cretense, diz que todos os cretenses são mentirosos" (REALE e ANTISERI, op. cit., p. 967), citado também na Bíblia, com exceção do nome (Tito 1,12).

<sup>4</sup> REALE, G.; ANTISERI, D., op. cit., p. 967.

<sup>5</sup> Apud BARKER, S. F., **Filosofia da Matemática**. Zahar, Rio, 1976.

